

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa locală****7 februarie 2026****Subiecte clasa a VIII-a****Subiectul 1 (21p)**

- a) Demonstrați că oricare ar fi numerele reale pozitive  $x, y$  este adevărată inegalitatea:

$$\sqrt{6} + \sqrt{x \cdot y} \leq \sqrt{(2+x) \cdot (3+y)}.$$

- b) Determinați numerele raționale  $a$  și  $b$  care îndeplinesc condiția:

$$a \cdot (\sqrt{6} + 2) - \frac{b}{3-\sqrt{6}} = \sqrt{6} + 1.$$

**Subiectul 2 (21p)**

Calculați  $\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} + \frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{12}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4051+2\sqrt{2025 \cdot 2026}}}.$

**Subiectul 3 (21p)**

Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată. Punctul M este mijlocul înălțimii VO, punctul N este mijlocul segmentului BM, iar punctul P aparține segmentului AO, astfel încât  $AP = 3 \cdot PO$ . Demonstrați că  $PN \parallel (VDC)$ . S.G.M

**Subiectul 4 (21p)**

În cubul ABCDA'B'C'D'  $AC \cap BD = \{O\}$  și  $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$ , punctul M este mijlocul muchiei AB, punctul N este mijlocul muchiei AD, iar punctul P este mijlocul segmentului OO'.

- a) Demonstrați că  $MN \perp (ACA')$ .

- b) Demonstrați că distanța de la punctul P la planul determinat de punctele M, N, A' este egală cu jumătate din lungimea muchiei cubului.

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Se acordă 16 puncte din oficiu.**

**Timp de lucru 3 ore.**